**Тема роботи**: розв’язання багатокритеріальної задачі щодо знаходження ефективних альтернатив за допомогою теореми Гермейера.

**Завдання для виконання:** вирішити наступну задачу багатокритеріальної оптимізації

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному вигляді**

У загальному випадку формально задача багатокритеріальної оптимізації, ключовою особливістю якої є суперечливість множини функцій мети (критеріїв), може бути подана в наступному вигляді:



де  та  – множини індексів функцій мети , які відповідно максимізуються та мінімізуються, причому ;  – множина індексів функцій , що визначають обмеження задачі та формують множину припустимих варіантів альтернатив ;  – вектор змінних задачі багатокритеріальної оптимізації, з яким пов’яжемо поняття альтернативи – варіанта розв’язку, що задовольняє обмеження задачі і є способом досягнення поставлених цілей.

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до теореми Гермейера в загальному вигляді**

Основні положення теореми Гармейра формулюються не для первісно заданої множини функцій мети , а для множини функцій , що складається з монотонних перетворень окремих функцій мети , які приводять їх до безрозмірного вигляду.

Коротко зупинимося на зазначених перетворень. За останні можна взяти одну з монотонних функцій такого вигляду:

 (1)

 (2)

 (3)

де  – найменші і найбільші значення функцій мети, які відповідно максимізуються і мінімізуються на множині припустимих варіантів альтернатив;  – оптимальне значення -ї функції мети на множині припустимих варіантів альтернатив;  – число, що визначає степінь, на яку підноситься перетворення (1) або (2).

Пусть  - эффективная альтернатива множества функций цели . Тогда существует вектор  с компонентами  такой, что критерий

 (4)

достигает минимума на множестве допустимых альтернатив А, при . В качестве компонент  можно взять числа , где

, .

Особенностью данной теоремы является тот факт, что никакие условия на вид функций цели  и ограничения, описывающие допустимое множество альтернатив А, не накладываются.

Таким образом, множество эффективных альтернатив для множества функций цели  может быть найдено (в силу теоремы Гермейра) путем объединения альтернатив , оптимизирующих каждую из , с решениями следующей задачи параметрического программирования относительно параметров :

, (5)

где для всех  есть введенные выше монотонные преобразования функций цели . В данном случае требования вогнутости и непрерывности функций  и выпуклости множества допустимых альтернатив А не накладываются. Здесь следует учитывать, что в случае неединственности решения задачи (5) для выбранных значений параметров  не все найденные альтернативы могут являться эффективными.

**Математична постановка задачі багатокритеріальної оптимізації згідно з виданим завданням**

Згідно виданого завдання задача багатокритеріальної оптимізації прийме наступний вигляд:

**Математична постановка однокритеріального еквіваленту вихідної багатокритеріальної задачі відповідно до теореми Гермейера згідно до виданого завдання**

Згідно теореми Гермейера для виконання перетворень (1)-(3) необхідно знайти мінімальне та максимальне значення окремо для кожної функції мети на допустимій множині альтернатив:

Перетворення (1) приймуть наступний вигляд:

Отже задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (1) матиме вигляд:

Перетворення (2) приймуть наступний вигляд:

Отже задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (2) матиме вигляд:

Перетворення (3) при  приймуть наступний вигляд:

Задача багатокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (3) матиме вигляд:

Розглянемо 3 різних набори значень вагових коефіцієнтів:

* ;
* ;
* .

Результати розрахунків були занесені до таблиці 1.

Таблиця 1 – Результати розрахунків

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| 1 | 0.7 | 0.1 | 0.2 | 0,12 | 0,22 | 0 | 15,34 | 10,55 | 77,02 | -41,83 | 27,15 | 0,01 | 0,97 | 0,48 | 0 | 0,09 | 0,09 | 0,1 |
| 0.3 | 0.6 | 0.1 | 0 | 0 | 12,14 | 3,36 | 0 | 31,53 | 7,74 | 17,26 | 0,42 | 0,21 | 0,67 | 0,12 | 0,12 | 0,06 | 0,13 |
| 0.3 | 0.3 | 0.4 | 0 | 9,38 | 12,14 | 3,35 | 0 | 11,96 | -17,95 | 28,83 | 0,6 | 0,6 | 0,45 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,18 |
|  | 0,01 | 0,98 | 0,01 | 0 | 0 | 11,01 | 0,54 | 0 | 12,64 | 20,94 | 11,55 | 0,59 | 0,01 | 0,78 | 0,009 | 0,009 | 0,009 | 0,009 |
| 2 | 0.7 | 0.1 | 0.2 | 0 | 0 | 4,58 | 10,91 | 6,61 | 57,18 | -19,28 | 22,11 | 0,27 | 1,89 | 0,58 | 0,18 | 0,18 | 0,11 | 0,19 |
| 0.3 | 0.6 | 0.1 | 0 | 0 | 10,12 | 2,69 | 1,09 | 21,5 | 13,76 | 13,91 | 0,72 | 0,36 | 0,73 | 0,21 | 0,21 | 0,07 | 0,22 |
| 0.3 | 0.3 | 0.4 | 0,72 | 1,85 | 5,22 | 0 | 3,3 | 9,57 | 3,11 | 18,11 | 0,87 | 0,85 | 0,65 | 0,26 | 0,25 | 0,26 | 0,26 |
|  | 0,01 | 0,98 | 0,01 | 0 | 0 | 10,87 | 0,18 | 0 | 11,41 | 21,38 | 11,05 | 0,85 | 0,01 | 0,79 | 0,009 | 0,009 | 0,009 | 0,009 |

Продовження таблиці 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 0.7 | 0.1 | 0.2 | 0 | 0 | 7,66 | 7,83 | 3,91 | 42,91 | -4,25 | 19,41 | 0,2 | 1,43 | 0,4 | 0,14 | 0,14 | 0,08 | 0,14 |
| 0.3 | 0.6 | 0.1 | 0 | 0 | 10,94 | 4,55 | 1,04 | 27,75 | 11,73 | 16,54 | 0,4 | 0,2 | 0,47 | 0,12 | 0,12 | 0,04 | 0,13 |
| 0.3 | 0.3 | 0.4 | 0,65 | 0,99 | 4,94 | 0 | 3,49 | 12,43 | 3,42 | 14,4 | 0,7 | 0,7 | 0,53 | 0,21 | 0,21 | 0,2 | 0,21 |
|  | 0,01 | 0,96 | 0,02 | 0 | 2,15 | 10,8 | 0 | 0 | 76,11 | 7,74 | 0,89 | 0,01 | 0,4 | 0,51 | 0,009 | 0,009 | 0,009 | 0,009 |

де  - ефективна альтернатива.

**Висновки**

На даній лабораторній роботі було вивчено загальні положення задач багатокритеріальної оптимізації та теорему Гермейера про знаходження ефективних альтернатив для багатокритеріальних задач лінійного (нелінійного) програмування. Було вирішено задачу багатокритеріальної оптимізації на основі виданого завдання за допомогою теореми Гермейера.

Проаналізуємо отримане рішення задачі однокритеріальної оптимізації при використанні перетворення (1) та вагових коефіцієнтів . Отже, була отримана ефективна альтернатива   
, яка забезпечує досягнення оптимального значення для функції , так як відповідне перетворення дорівнює 0.01, що свідчить про близькість до оптимуму . Отримані значення показують, що числа розраховані по формулам  = , де , дозволяють знайти мінімум функції F(x).